Université de Bourgogne
L2 **MaPC31** **2017/18**

TD 3 : Intégrales multiples

Ex 1. Calculer l'intégrale

$$\iint_D (x^2y^4 + x^3y)dxdy,$$

où $D = [1,4] \times [0,1]$.

Ex 2. Déterminer l'aire de la partie bornée du plan délimitée par les courbes d'équation :

$$y = x; \quad y^2 = x.$$

Ex 3. **a)** Calculer l'intégrale

$$\iint_D (x - y)dxdy,$$

où D est la partie bornée du plan délimitée par les droites d'équation :

$$x = 0; \quad y = -x + 2; \quad y = x.$$

b) Calculer la même intégrale au moyen du changement de variables défini par :

$$u = x + y; \quad v = x - y.$$

Ex 4. Soit D le quart de disque défini par :

$$D = \{(x, y) : \quad x \geq 0, \quad y \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq 1\},$$

en utilisant les coordonnées polaires calculer l'intégrale

$$\iint_D (4 - x^2 - y^2)dxdy.$$

Ex 5. Déterminer le centre de gravité d'un demi-disque homogène.

$$D = \{(x, y) : \quad y \geq 0, \quad x^2 + y^2 \leq R^2\}.$$

Ex 6. Trouver le centre de gravité de la surface plane homogène délimitée par la parabole $y = 6x - x^2$ et la droite $y = x$.

Ex 7. **a)** Calculer l'air du domaine :

$$D = \{(x, y) : \quad \frac{y^2}{2} \leq x \leq 2\}.$$

b) Calculer l'intégrale

$$\iint_D (1 + xy)dxdy.$$

Ex 8. Calculer la masse totale du cube $D = [0, 1] \times [0, 1] \times [0, 1]$ de $\mathbb{R}^3$ ayant pour densité volumique $\mu(x, y, z) = x^2y + xz^2$. Trouver ensuite le centre de gravité de D.

Ex 9. **a)** Calculer le volume de la boule de rayon 1 de $\mathbb{R}^3$

b) Calculer la masse de la boule de rayon R ayant pour densité volumique $\mu(x, y, z) = z^2(x^2 + y^2)$.